



GRUPO DE INTELIGÊNCIA COMPUTACIONAL, MODELAGEM E NEUROCOMPUTAÇÃO – ICONE

LABORATÓRIO DE SISTEMAS INTEGRADOS – LSI

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE SISTEMAS ELETRÔNICOS – PSI

ESCOLA POLITÉCNICA DA USP



PRINCIPAL COMPONENTS ANALYSIS PCA

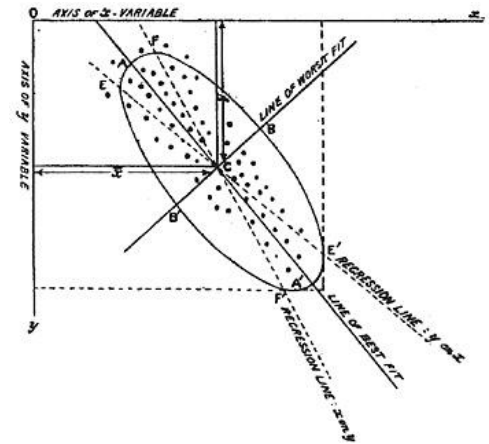
Msc. Edson Kitani

Prof. Dr. Emilio Del Moral Hernandez



HISTÓRICO DO PCA

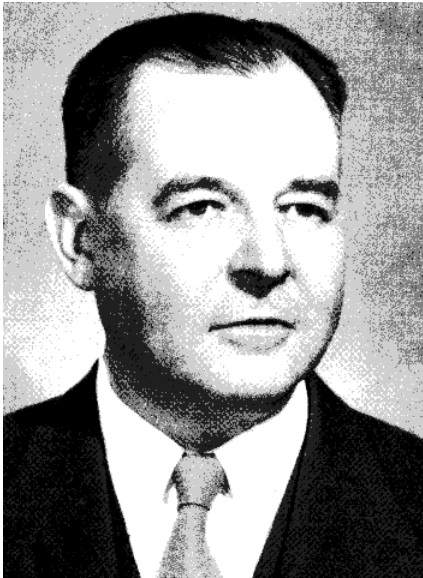
Descrito inicialmente por Karl Pearson no artigo, *“On lines and planes of closest fit to systems of points in space”*, *Philosophical Magazine*, 1901.



“In many physical, statistical, and biological investigations it is desirable to represent a system of points in plane, three or higher dimensioned space by the best-fitting straight line or plane” (Pearson, 1901).

HISTÓRICO DO PCA

Nova abordagem apresentada por Harold Hotelling em, *“Analysis of a complex of statistical variable into principal components”*, *Journal of Psychology*, 1933.



Diferentemente de Pearson, Hotelling derivou as componentes principais a partir de um problema de autovalores e autovetores, mas ainda sem o formalismo da notação matricial. Ele foi o primeiro a utilizar a expressão “componentes principais” [9].

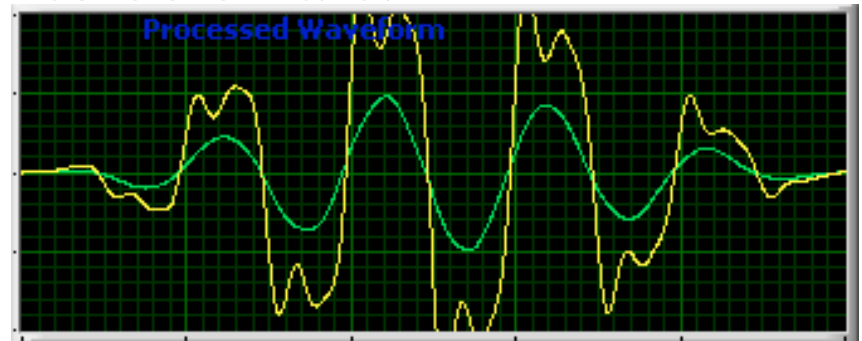


HISTÓRICO DO PCA

- Um outro nome conhecido para o PCA é a Transformada de Karhunen-Loève.
 - Kari Karhunen¹ (1946) e Michael Loève² (1955) propuseram de forma independente, a representação de processos estocásticos como sendo uma combinação linear de variáveis. Este modelo é muito utilizado na área de processamento de sinais.

¹Zur Spektraltheorie Stochastischer Prozesse,
Ann. Acad. Sci. Fennicae, (1946)

²Probability Theory, Princeton,
N.J.: VanNostrand, 1955





Transformada de Karhunen-Loève em tempo contínuo

A série de Fourier é um caso especial da expansão de sinais $x(t)$ na forma:

$$\hat{x} = \sum_{n=1}^{+\infty} c_n \varphi_n(t) \quad 0 < t < T$$

na qual $\varphi(t)$ é um conjunto de funções ortonormais no intervalo $(0, T)$ e os coeficientes c_n são variáveis aleatórias definidas por:

$$c_n = \int_0^T x(t) \varphi_n^*(t) dt$$

E para que $x(t) = \hat{x}(t)$ é necessário que os coeficientes c_n sejam ortonormais. Para solucionar isto é necessário calcular a seguinte integral:

$$\int_0^T R_{xx}(t_1 - t_2) \varphi(t_2) dt_2 = \lambda \varphi(t_1), \quad 0 < t_1 < T$$



Transformada de Karhunen-Loève em tempo discreto

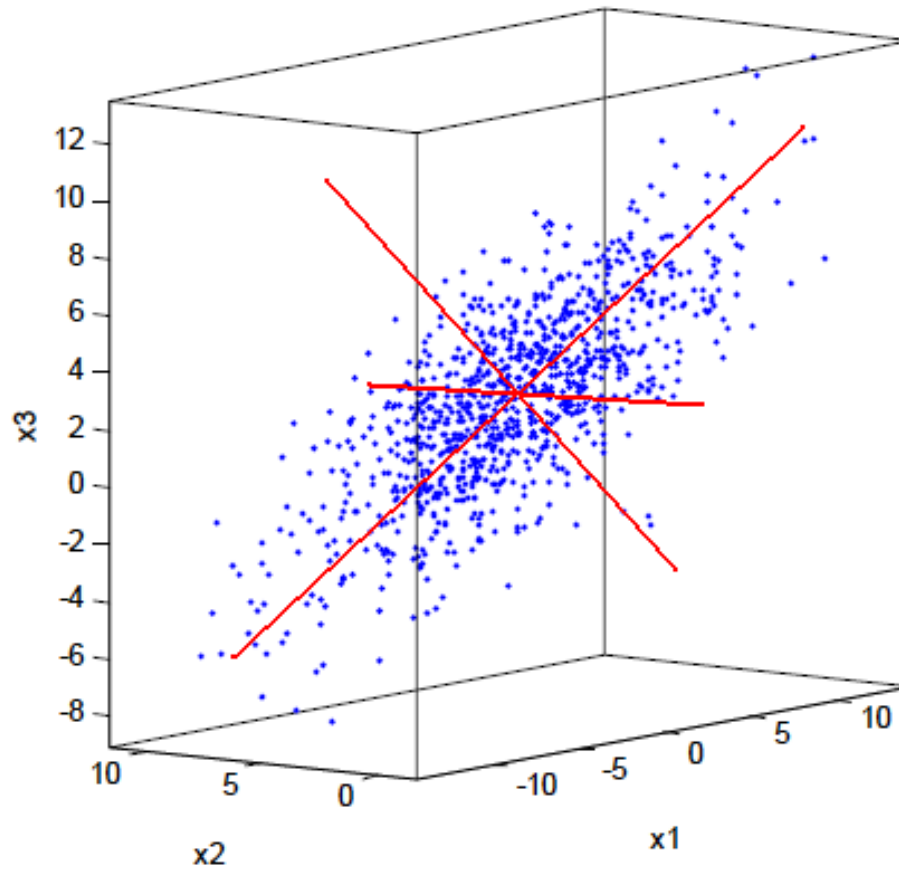
Sabemos que um vetor x no espaço $Z \in \mathbb{R}^n$ pode ser representado como uma combinação linear de vetores ortonormais, tal que:

$$\mathbf{x}_i = x_{i1}\varphi_1 + x_{i2}\varphi_2 + \dots + x_{in}\varphi_n \quad (1)$$

Onde \mathbf{x}_i é o i -ésimo sinal do conjunto \mathbf{Zx} , x_{ij} são as projeções ortogonais sobre uma base ortonormal, φ_{ij} é um vetor ortonormal que forma essa base, e $j=1, 2, \dots, n$.



Geometricamente





REPRESENTAÇÃO NO ESPAÇO \mathfrak{R}^n

Calculemos a média do conjunto de treinamento:

$$\bar{\mathbf{x}} = \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{x}_i \right] \quad (2)$$

Logo, cada sinal \mathbf{x}_i varia em torno dessa média, tal que:

$$\phi_i = \mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}} \quad (3)$$



REPRESENTAÇÃO NO ESPAÇO \mathfrak{R}^n

Portanto, podemos escrever que qualquer sinal

$$\phi_i = \sum_{j=1}^n y_j \varphi_j \quad \text{onde} \quad \phi_i^T \varphi_j = \begin{cases} 1 & \text{para } i = j \\ 0 & \text{para } i \neq j \end{cases} \quad (4)$$

e y é um vetor de características nesse novo espaço vetorial.

Podemos desmembrar a equação (4),

$$\phi_i = \sum_{j=1}^p y_j \varphi_j + \sum_{j=p+1}^n y_j \varphi_j \quad \text{onde} \quad p < n. \quad (5)$$



REPRESENTAÇÃO NO ESPAÇO \mathfrak{R}^n

Vamos substituir parte do vetor de características por uma constante b :

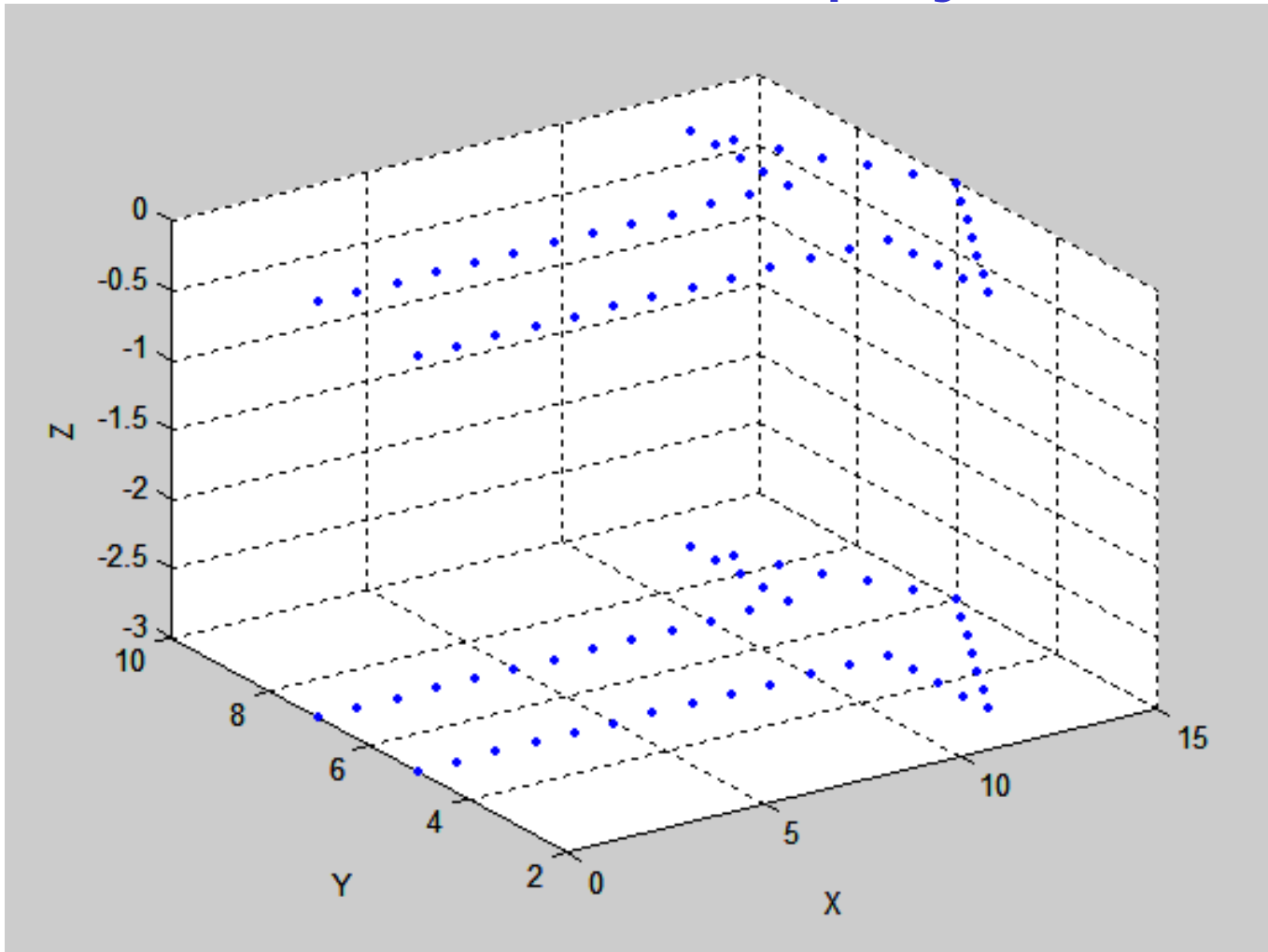
$$\phi_i^* = \sum_{j=1}^p y_j \phi_j + \sum_{j=p+1}^n b_j \phi_j, \quad \text{onde } b_i \text{ é uma constante.} \quad (6)$$

Logo, teremos um erro na reconstrução do sinal original,

$$\varepsilon_i = \phi_i - \phi_i^* \quad (7)$$

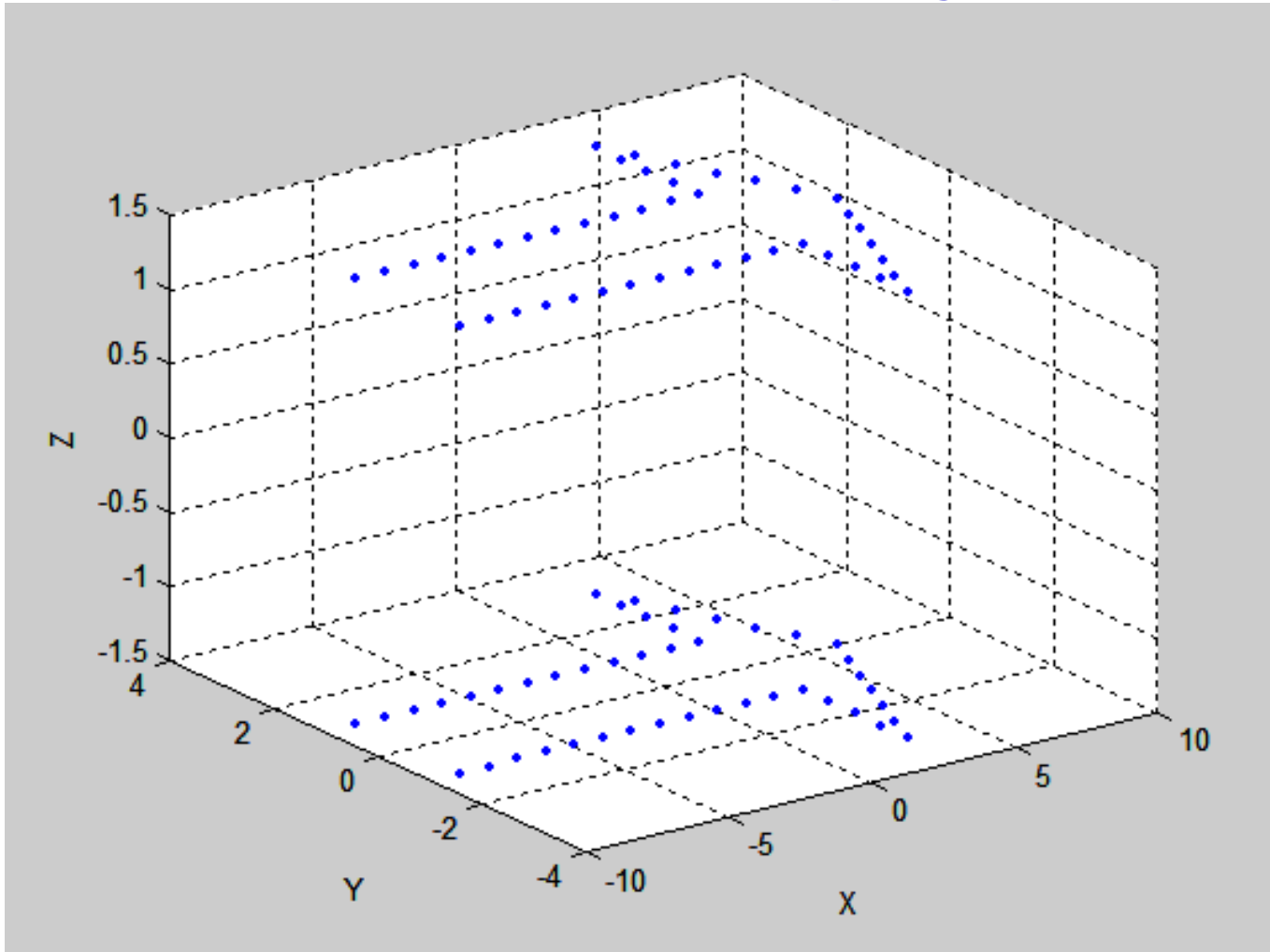


Duas Setas no Espaço R^3



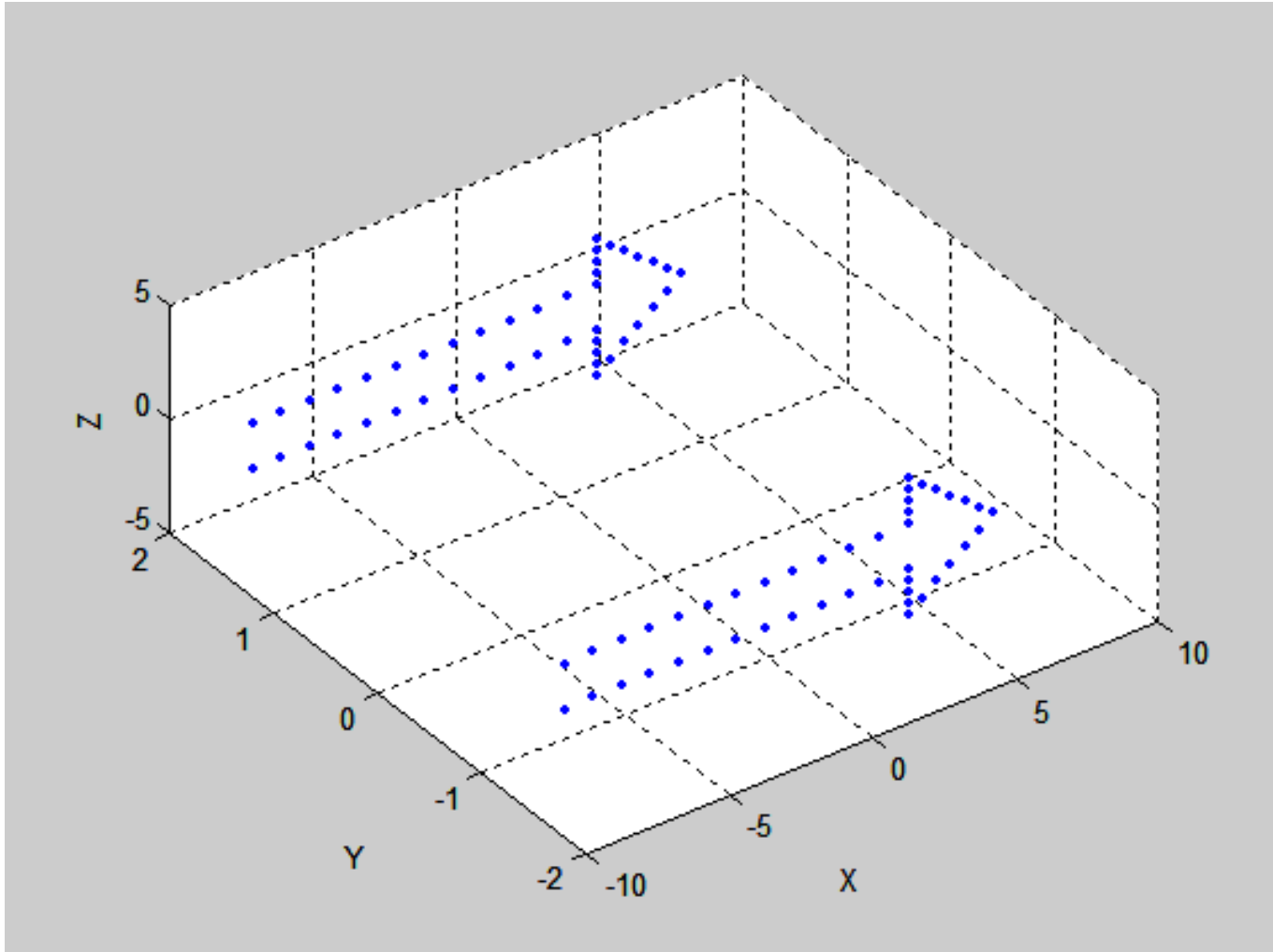


Duas Setas no Espaço R^3



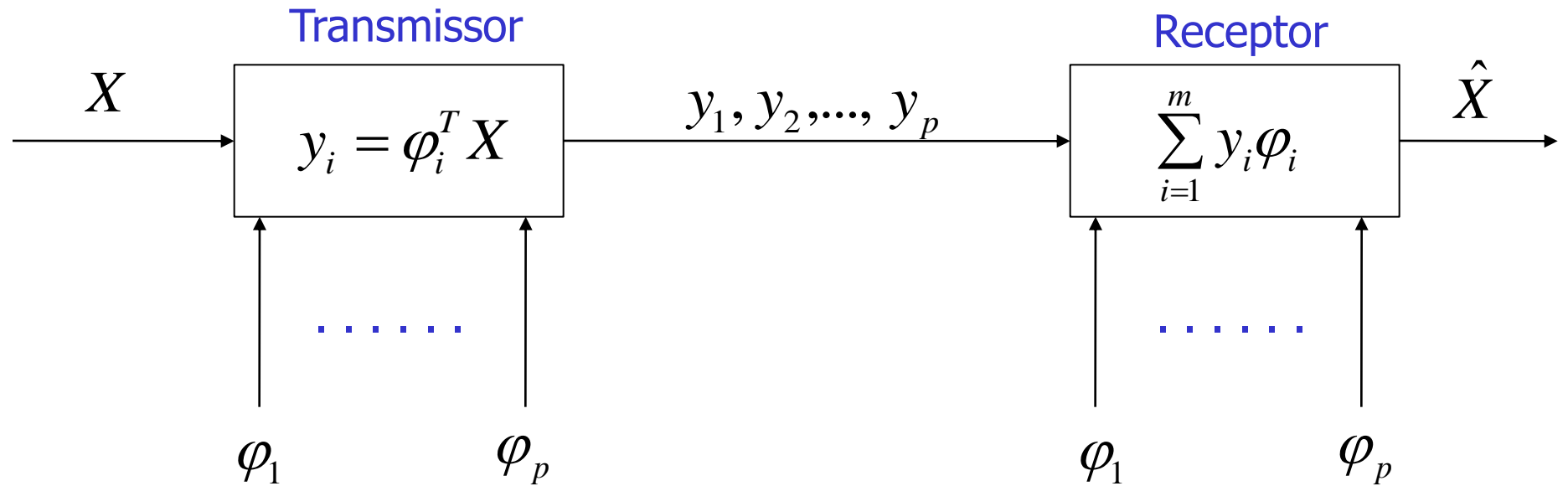


Duas Setas no Espaço R^3





Sistema de Transmissão

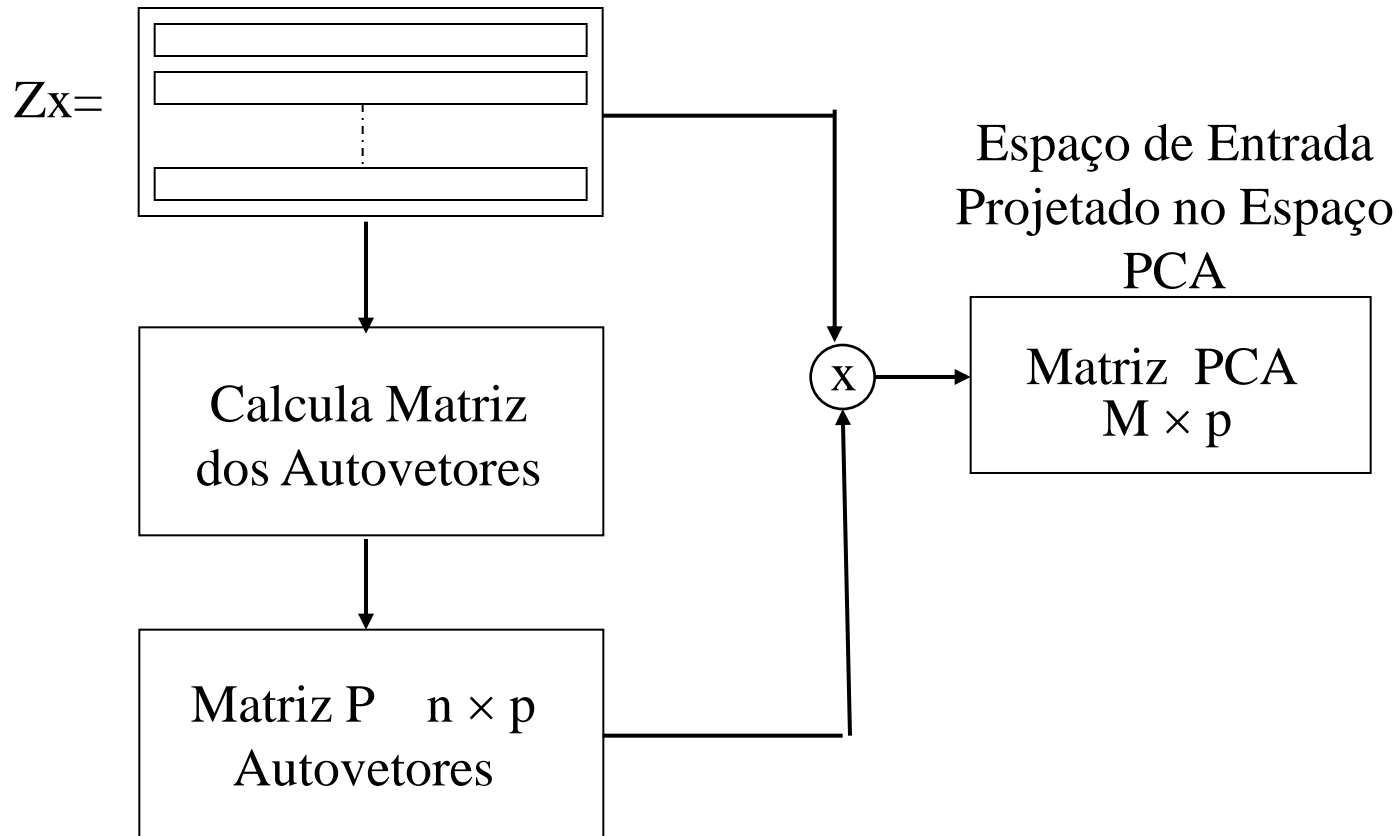




TRANSFORMAÇÃO PARA O ESPAÇO PCA

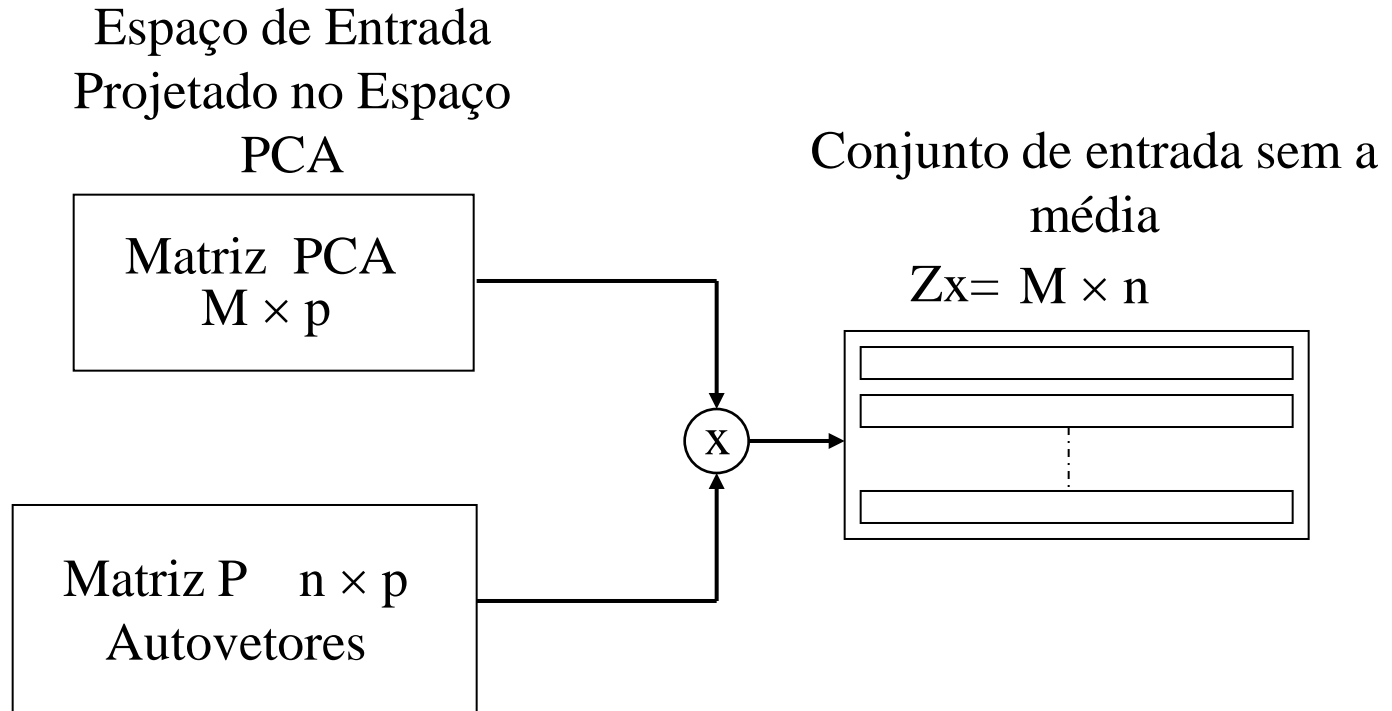
Conjunto de entrada sem a média

$M \times n$



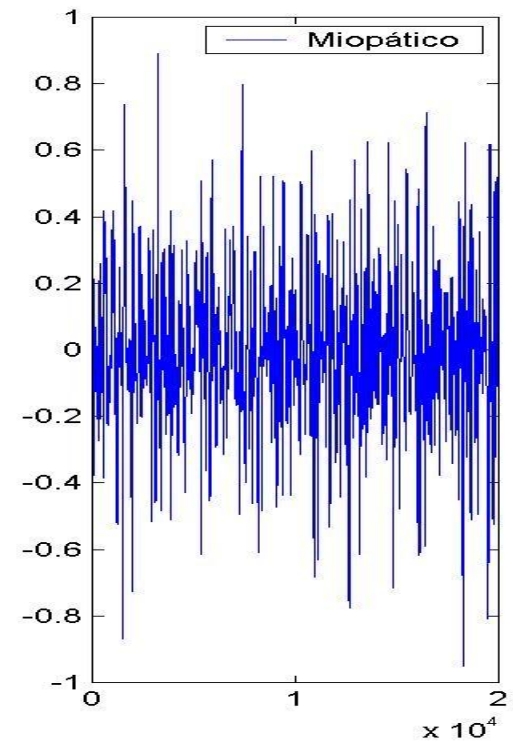
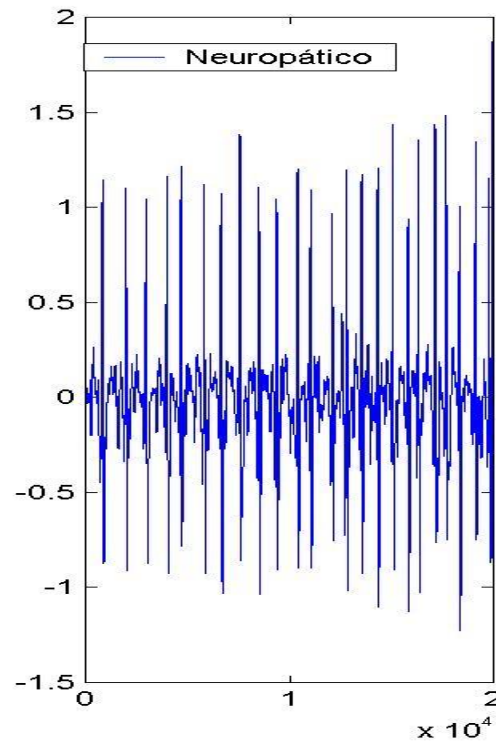
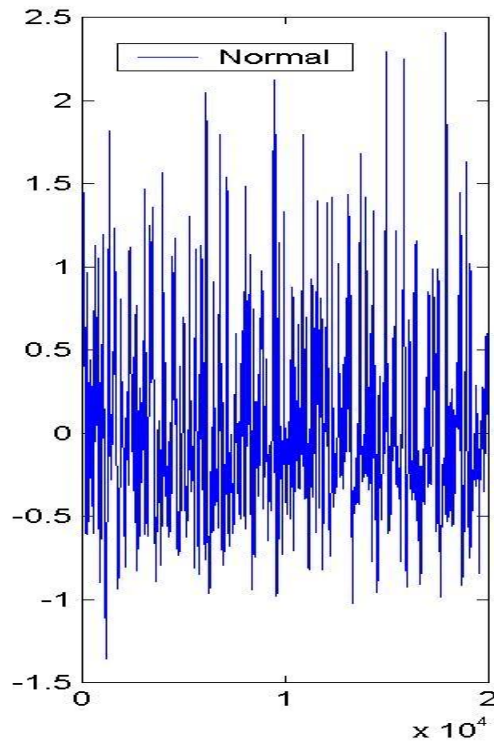


Retorno do Espaço PCA



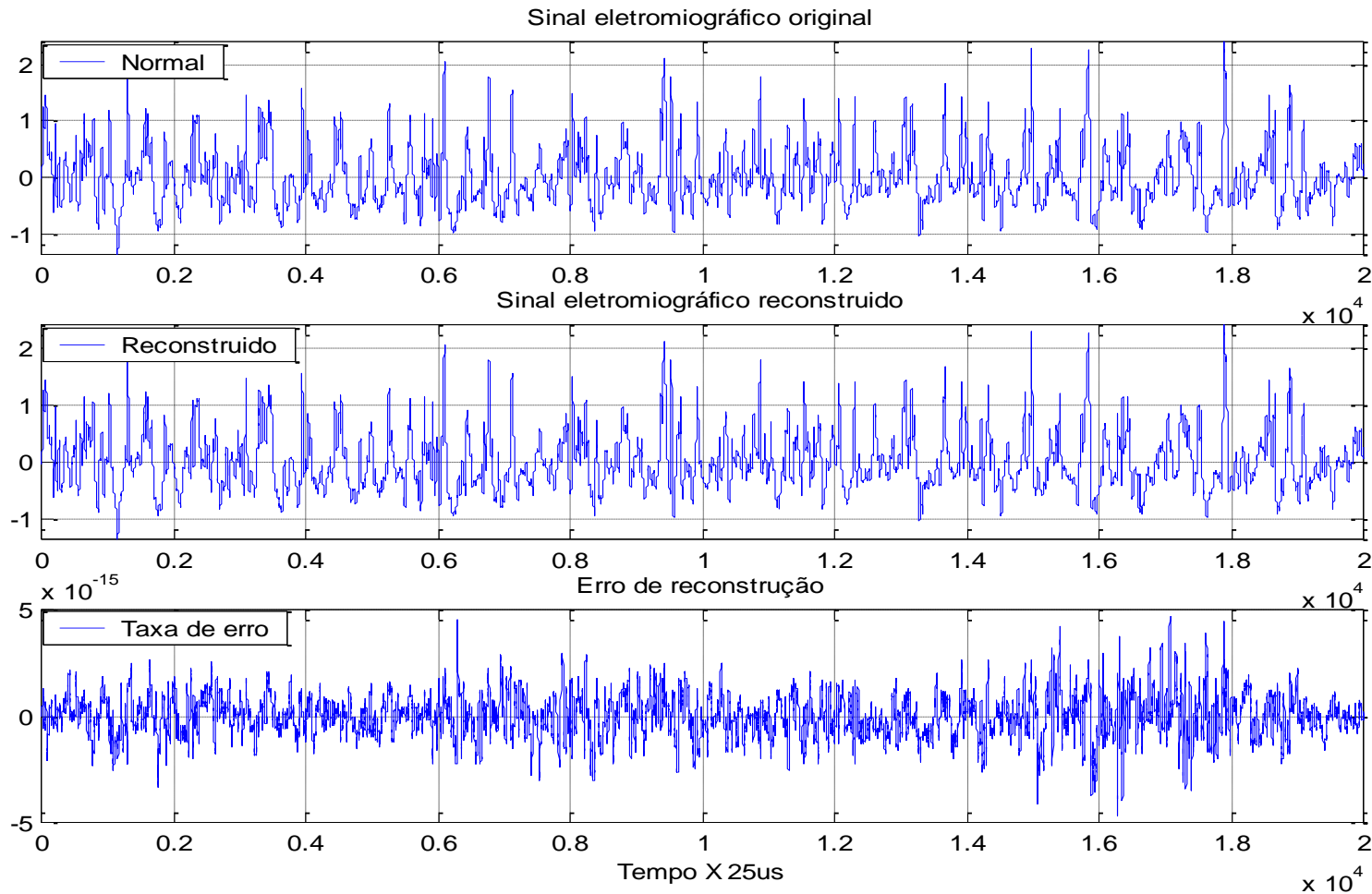


Exemplo com Sinais Eletromiográficos





Reconstrução com todos os Autovetores





Comparação dos Resultados

$Z_{(100 \times 200)}$

FC (%)	Norris <i>et al.</i> RDP (%)	Berger <i>et al.</i> RDP (%)	JPEG2000 RDP (%)
75	7,85	2,6	5,6
80	9	4,4	7,4
85	9,5	7,25	9,8
90	20	20	16,9

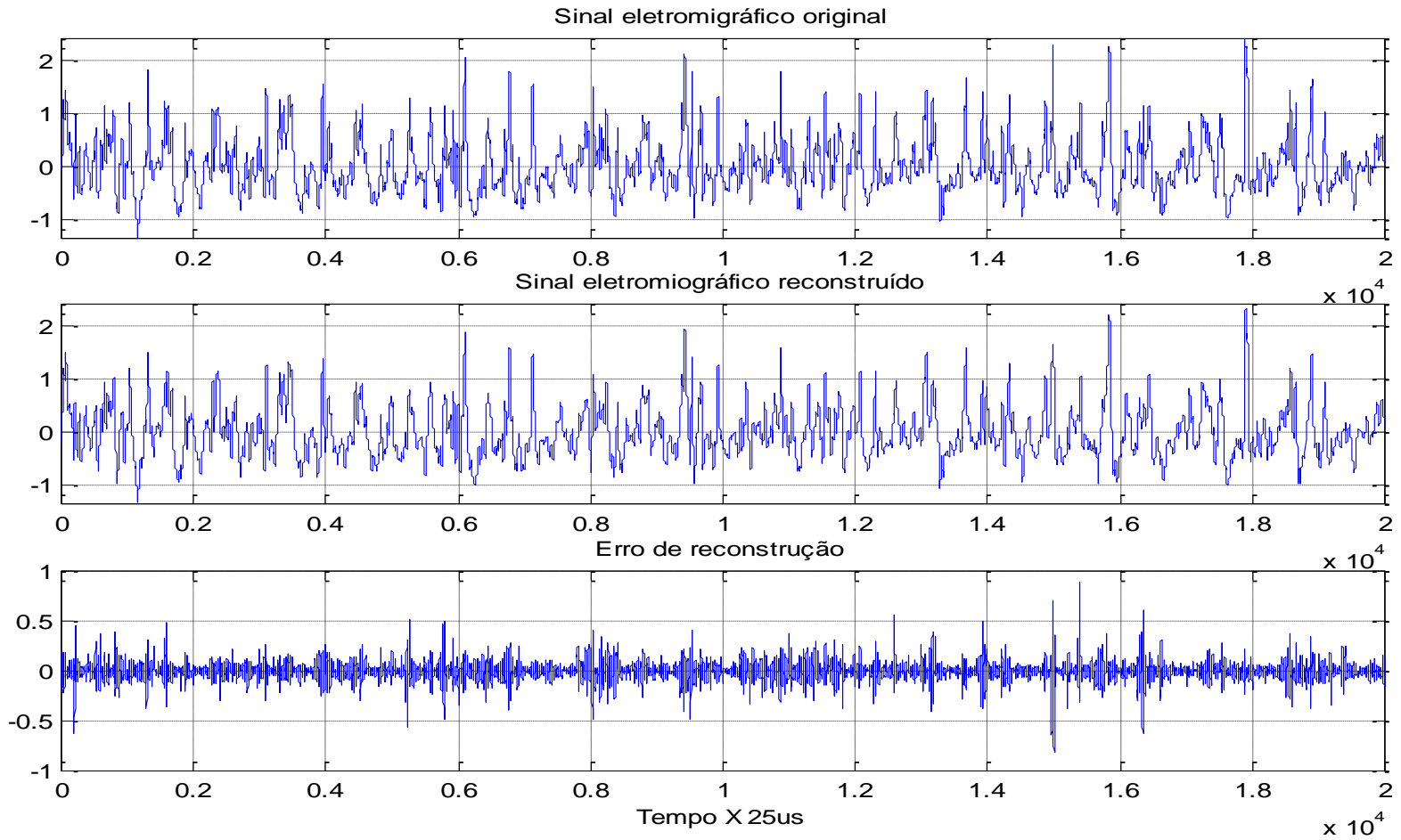
(Extraído de Costa et al. 2007)

	Número de Componentes Principais	Fator de Compressão (%)	RDP (%)
	9+ \bar{x}	90	19,1
	14+ \bar{x}	85	8,1
	19+ \bar{x}	80	4,77
	24+ \bar{x}	75	3,36
	29+ \bar{x}	70	2,5
	49+ \bar{x}	50	0.86

$$FC = \frac{T_{orig} - T_{final}}{T_{final}} \times 100\%$$



Reconstrução com $FC = 90$ e $RDP = 19,1\%$





DEMONSTRAÇÃO do PCA em MATLAB

Imagens de Faces

Sinais Eletromiográficos



Sobre as Propostas

Categorias Musicais

Digitos Manuscritos

Elevador Inteligente

Lingua Eletrônica

Reconhecimento de Placas de Transito

Sistema de Correção para Sensor de Pressão Diferencial

Reconhecimento de EEG



OBRIGADO !!



Edson C. Kitani

Doutorando na Poli - USP

Orientador: Prof. Dr. Emilio Del Moral Hernandez

Formação:

Tecnico em Eletrônica (ETEP – Santo André)

Tecnólogo em Automação Industrial (Centro Universitário de Santo André)

Especialista em Mecânica Fina (Universidade São Judas)

Mestre em Eng. Elétrica (Centro Universitário da FEI)

Atividade profissional:

- Professor Assistente I na FATEC- Santo André (Eletrônica Automotiva)
- Chefe do Departamento de Projetos de Máquinas na Mahle Anéis

edson.kitani@ieee.org

www.lsi.usp.br/~edson



Áreas de Interesses e Atuação:

- Redes Neurais Artificiais (Enfase em SOM e RNP)
- Neurocomputação e Neurocognição
- Reconhecimento Estatísticos de Padrões
- Processamento de Imagens e Visão Artificial
- Processamento e Reconhecimento de Faces
- Machine Learning
- Eletrônica Automotiva
- Eletrônica em Geral



Publicações trabalhos em:

- Congresso do SIBGRAPI (4 papers)
- SIBGRAPI (2 Journals)
- ENIA (1 paper)
- SBRN (1 paper)
- SAE (1 paper)
- Capítulo de Livro Face Recognition Intech ISBN 978-953-307-515-0
- Orientações de TCC (5 na Fatec Santo André)



- COSTA, Marcus V. C., BERGER, Pedro A., NASCIMENTO, F. A. O., ROCHA, A. F. Compressão de sinais de EMG isométricos utilizando o JPEG2000, In IV Latin American Congress on Biomedical Engineering 2007, Bioengineering Solutions for Latin American Health, Springer Berlin Heidelberg.
- COSTA, Marcus, V. C., BERGER, Pedro A., ROCHA, A. F., CARVALHO, J. L. A., NASCIMENTO, A. F., "Compression of electromyography signals using image compression techniques.", In International Conference, IEEE Engineering in Medicine and Biology Society, Vancouver, Proceedings 30th International Conference, IEEE Society, pp 2948-2951, 2008
- De LUCA, Carlo J., The use of surface electromyography in Biomechanics, **Journal of Applied Biomechanics**, vol. 13, pp 135-163, Human Kinetics Publishers, Inc, 1997.
- FUKUNAGA, Keinosuke, **Introduction to Statistical Pattern Recognition**, 2ª ed., Boston, MA: Academic Press, 1990.
- GUERRERO, Alfonso P., MAILHES, Corinne, "On the choice of an electromyogram data compression method", In Proceeding of 19th International Conference – IEEE/EMBS pp 1558-1561, 1997.
- KITANI, Edson. C., THOMAZ, Carlos, E., Um Tutorial sobre Análise de Componentes Principais para Reconhecimento Automático de Faces, Relatório Técnico, Departamento de Engenharia Elétrica da FEI, Maio de 2006, disponível em <http://www.fei.edu.br/~cet/publications.html>
- PAPOULIS, Athanasios, **Probability, Randon Variables and Stochastic Processes**, 3rd edition, McGraw Hill, 1991.
- OSUMA, Ricardo Gutierrez, "Principal Components Analysis, Lecture Notes" 9, Texas A&M University, Texas, 2004, disponível em www.couses-cs.tamu.edu/rgutier/cs790-w02, acessado em 20/12/2005.
- THOMAZ, Carlos Eduardo, "Estudo de Classificadores para Reconhecimento Automático de Faces", Tese de Mestrado, 104 pg., PUC RJ, 1999.